Dageraat

Als alle tien puzzelstukken in het kader liggen,
dan blijven er precies drie vakjes onbedekt.

UITDAGING

Kun jij de puzzelstukken zó leggen dat in de drie overblijvende vakjes jouw verjaardag te lezen is?

De dagen van dit jaar zijn te vinden op de volgende bladzijde.
Ook het aantal oplossingen staat erbij vermeld, maar pas op:
dat aantal heeft weinig te maken met de moeilijkheidsgraad.

Januari

Ma	Di	Wo	Do	Vr	Za	Zo
					1 35	2 31
3 36	4 51	5 22	6 68	7 52	8 22	9 51
10 9	11 50	12 20	13 68	14 59	15 26	16 71
17 78	18 72	19 35	20 44	21 57	22 31	23 50
24 36	25 75	26 43	27 78	28 64	29 48	30 71
31 39						

Februari

Ma	Di	Wo	Do	Vr	Za	Zo
	1 47	2 41	3 68	4 102	5 26	6 77
7 37	8 57	9 40	10 70	11 76	12 29	13 61
14 55	15 61	16 67	17 100	18 98	19 39	20 58
21 44	22 63	23 45	24 64	25 47	26 26	27 68
28 45						

Maart

Ma	Di	Wo	Do	Vr	Za	Zo
	1 44	2 43	3 61	4 79	5 32	6 75
7 25	8 58	9 33	10 53	11 72	12 33	13 58
14 66	15 53	16 56	17 133	18 93	19 33	20 60
21 23	22 67	23 33	24 61	25 64	26 26	27 39
28 47t	29 77	30 46	31 111			

April

Ma	Di	Wo	Do	Vr	Za	Zo
				1 80	2 35	3 51
4 25	5 108	6 92	7 65	8 61	9 46	10 41
11 62	12 66	13 76	14 77	15 61	16 78	17 96
18 77	19 112	20 36	21 91	22 67	23 57	24 51
25 34	26 97	27 58	28 78	29 73	30 47	

Mei

Ma	Di	Wo	Do	Vr	Za	Zo
						1 27
2 22	3 60	4 22	5 49	6 78	7 27	8 23
9 28	10 12	11 1	12 35	13 38	14 10	15 23
16 34	17 48	18 21	19 56	20 40	21 10	22 23
23 30	24 49	25 27	26 51	27 40	28 27	29 44
30 29	31 70					

Juni

Ma	Di	Wo	Do	Vr	Za	Zo
		1 40	2 82	3 160	4 127	5 54
6 63	7 84	8 72	9 104	10 74	11 38	12 114
13 20	14 90	15 48	16 163	17 143	18 88	19 110
20 23	21 59	22 69	23 90	24 139	25 44	26 103
27 29	28 145	29 77	30 123			

Juli

Ma	Di	Wo	Do	Vr	Za	Zo
				1 87	2 42	3 47
4 43	5 155	6 90	7 96	8 67	9 51	10 66
11 35	12 95	13 48	14 94	15 74	16 56	17 110
18 59	19 139	20 40	21 94	22 93	23 35	24 69
25 43	26 103	27 83	28 96	29 140	30 49	31 98

Augustus

Ma	Di	Wo	Do	Vr	Za	Zo
1 33	2 52	3 25	4 49	5 59	6 19	7 36
8 39	9 90	10 39	11 64	12 70	13 8	14 40
15 32	16 66	17 36	18 85	19 97	20 16	21 40
22 32	23 60	24 15	25 75	26 58	27 25	28 44
29 52	30 40	31 104				

September

Ma	Di	Wo	Do	Vr	Za	Zo
			1 155	2 115	3 26	4 92
5 12	6 150	7 51	8 137	9 144	10 52	11 71
12 29	13 98	14 40	15 82	16 138	17 45	18 122
19 41	20 102	21 53	22 101	23 107	24 39	25 35
26 35	27 87	28 73	29 115	30 127		

Oktober

Ma	Di	Wo	Do	Vr	Za	Zo
					1 15	2 20
3 16	4 36	5 25	6 65	7 39	8 21	9 33
10 3	11 20	12 28	13 37	14 32	15 20	16 46
17 17	18 70	19 43	20 35	21 65	22 8	23 19
24 16	25 14	26 37	27 43	28 46	29 42	30 8
31 16						

November

Ma	Di	Wo	Do	Vr	Za	Zo
	1 75	2 52	3 111	4 72	5 33	6 61
7 22	8 82	9 59	10 85	11 82	12 26	13 74
14 43	15 66	16 62	17 159	18 115	19 48	20 58
21 20	22 99	23 42	24 53	25 71	26 18	27 47
28 23	29 102	30 28				

December

Ma	Di	Wo	Do	Vr	Za	Zo
			1 123	2 65	3 45	4 41
5 15	6 64	7 35	8 99	9 86	10 45	11 23
12 26	13 71	14 41	15 46	16 109	17 74	18 126
19 61	20 53	21 27	22 69	23 83	24 24	25 98
26 28	27 35	28 27	29 97	30 64	31 13	

§§: dagnummer, §§: aantal oplossingen

Polyomino's en polyhexen

De puzzel speelt zich af op een regelmatig zeshoekig rooster. Misschien ben je meer vertrouwd met puzzels op een vierkant rooster; denk maar aan Tetris of het gezelschapsspel Blokus.

Die vierkantige vormpjes worden *polyomino's* genoemd — een woordspeling op domino's. Niet alleen puzzels en spellen maken er gretig gebruik van, maar ook heel wat wiskundige modellen voor chemische en fysische processen. Ook vanuit zuiver wiskundig standpunt zijn polyomino's boeiend, want het is verduiveld lastig om ze bijvoorbeeld op te sommen of er een gegeven figuur mee te bedekken. Zo is het zelfs een open probleem of er een polyomino bestaat die een rechthoek kan opvullen met een *oneven* aantal kopieën, en niet minder. Klinkt onschuldig genoeg!

Niettemin is de basis van onze Dageraatpuzzel geen schaakbord maar wel een honingraat. Ook op dit bord kun je op een gelijkaardige manier boeiende puzzelstukken maken door zeshoekjes aan elkaar te plakken. Die worden dan *polyhexen* genoemd.

Voor de Dageraatpuzzel kunnen we niet gelijk welke polyhexen gebruiken: we moeten zeker zijn dat alle mogelijke combinaties van 7 weekdagen, 31 dagnummers en 12 maanden een oplosbare opgave vormen. Die 2562 combinaties zijn een serieuze restrictie! Uiteraard is niet elke datum even moeilijk: het aantal oplossingen varieert van 1 (woensdag 11 mei en zaterdag 24 augustus) tot 198 (donderdag 17 juni en vrijdag 18 juli), en bedraagt gemiddeld 58,75. Of een puzzel met meer oplossingen makkelijker op te lossen is, valt moeilijk te zeggen. Oordeel vooral zelf ...

Betegelingen

Betegelingen inspireren de mens al millennialang; in allerlei kunstvormen worden betegelingen gretig verwerkt, van Islamitische architectuur tot de werken van M. C. Escher. Tal van puzzels steunen erop, maar ze kennen ook serieuzere toepassingen in bijvoorbeeld efficiënt verbruik van productiematerialen. En ook in de natuur zijn betegelingen alomtegenwoordig: in honingraten, kristalstructuren, zeepbellen, ...

Het honingraatvermoeden

Is er een reden waarom bijen hun honingraten in de karakteristieke zeshoekige vorm construeren? Absoluut. Honingraten worden gemaakt uit bijenwas, voor bijen nogal een duur goedje: om zo'n kilo was te produceren, moeten bijen 6 tot 8 kilo honing consumeren! Idealiter kunnen honingraten dan ook veel honing opslaan in cellen die efficiënt met weinig was kunnen worden gebouwd – en als het even kan, zijn die honingraten liefst ook nog een beetje stevig. Welke vorm leent zich daar het beste toe? Inderdaad, de zeshoek.

Heel evident is dat echter eigenlijk niet. Al in 36 v.Chr. schreef Marcus Terentius Varro over de efficiëntie van de zeshoeken, maar een waterdicht argument ontbrak lange tijd. Welke onderverdeling in cellen met eenzelfde grootte heeft de kleinste omtrek? De regelmatige verdelingen laten zich makkelijk analyseren, maar waarom zou de meest economische oplossing regelmatig moeten zijn? Pas in 1999 gaf Thomas Hales een sluitend, algemeen bewijs voor de superioriteit van de zeshoekige betegeling.

Bijen zijn simpelweg virtuoze architecten!

Niet alleen de bijen houden van zeshoeken! Deze luchtige animatie vertelt over zeshoeken in de biologie, chemie, tot zelfs de mysterieuze zeshoek van Saturnus.

CGP Grey, *Hexagons are the bestagons*

Meer weten?

Vind je zeshoekige betegelingen niet bijzonder spannend of vraag je je af hoe het zit met andere vormen? Over betegelende (niet-regelmatige) *vijfhoeken* valt er heel wat te lezen. Er blijken 15 families zo'n vijfhoeken te bestaan, waarvan 4 ontdekt door amateurwiskundige Marjorie Rice. Pas in 2017 werd de classificatie afgerond! Hier kun je een toegankelijke introductie vinden.

- Sequential Math, *A brief history of pentagonal tilings.*
- Quanta Magazine, *Marjorie Rice's secret pentagons.*
- Quanta Magazine, *Pentagon tiling proof solves century-old math problem.*

Mag het wat technischer zijn, en ben je benieuwd hoe computerberekeningen hebben geholpen met de classificatie van die vijfhoeken?

- Michaël Rao, *Exhaustive search of convex pentagons which tile the plane.* arXiv:1708.00274, 2017.

Gefascineerd door symmetrie en betegelingen? Het volgende boek is een absolute aanrader.

- Heidi Burgiel, John Conway, Chaim Goodman-Strauss, *The Symmetries of Things.* CRC Press, 2008.

Er zijn heel wat populairwetenschappelijke berichten te vinden over het honingraatvermoeden en de oplossing van Thomas Hales. Hier is één voorbeeld, samen met het artikel van Hales zelf.

- Thomas Hales, *The honeycomb conjecture.* Discrete & Computational Geometry, vol. 25, 2001, p. 1–22.
- Dana Mackenzie, *Proving the perfection of the honeycomb.* Science, vol. 285, no. 5432, 1999, p. 1338–1339.

Ben je benieuwd hoeveel polyomino's en polyhexen er bestaan van een zekere grootte? Ook al is er geen eenvoudige precieze formule bekend, de aantallen kun je terugvinden in de On-Line Encyclopedia of Integer Sequences.

- OEIS, A000105.
- OEIS, A000228.