Enigmaya

Het kleinste puzzelstukje is een vierkantje van 1×1.
De twee kleinste passen samen in een vierkantje van 2×2.

UITDAGING 1

Neem er ook het derde stukje bij.
Kun je die drie samenpuzzelen tot een vierkantje van 3×3 groot?

UITDAGING 2

Neem er het vierde stukje bij.
Kun je een vierkant van 4×4 samenpuzzelen?

UITDAGING 3

Neem er het vijfde, zesde, ... stukje bij.
Hoe ver geraak jij?

De puzzelstukjes zijn 1, 3, 5, 7, ... blokjes groot,
aangegeven met de symbolen hieronder.

1 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23

Je vindt deze bundel ook op onze website.

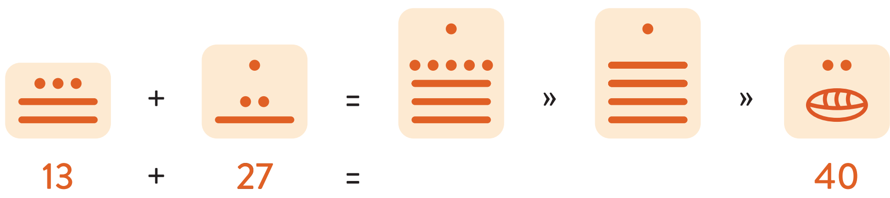
Wiskunde bij de Maya's

De Meso-Amerikaanse Mayabeschaving stond (onder andere) bekend om een gesofisticeerde wetenschappelijke kennis – in het bijzonder in astronomie, architectuur en agricultuur. Aan de basis daarvan lagen een uitgebreid schrift en wiskundig begrip. De Maya's zouden bijvoorbeeld wel eens het oudste volk kunnen zijn met een expliciet bewustzijn van het getal nul, al dan niet voorafgegaan door de Babyloniërs.

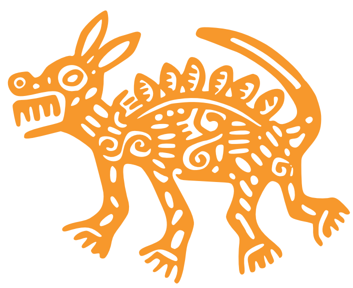
In ieder geval hadden de Maya's een knap talstelsel. Het was een positiestelsel met grondtal 20, en de afzonderlijke "cijfers" werden opgebouwd uit drie symbolen: een schelp voor getalwaarde nul, een stip voor één en een streep voor vijf. Combinaties daarvan gaven alle cijfers van 0 tot en met 19. Het getal 20 werd dan uitgedrukt door een stip een positie hoger, bovenop een cijfer 0, en daarna begon het weer van vooraf aan: twee stippen betekenden twee keer 20, enzovoort.

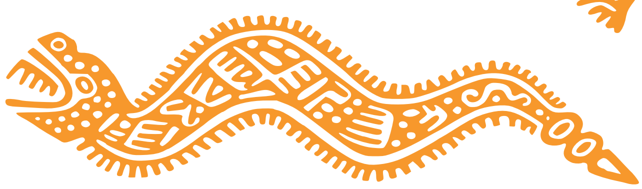
$$\begin{array}{rrcr} & 2\times20^3 & = & 16000 \\ & 0\times20^2 & = & 0 \\ & 17\times20^1 & = & 340 \\ + & 5\times20^0 & = & 5 \\ \hline & & & 16345 \end{array}$$

Het systeem maakt het best eenvoudig om mee te rekenen. Om getallen op te tellen, hoef je slechts de vormen bijeen te zetten en eventueel te vereenvoudigen: vijf stippen naar een streep en vier strepen naar een stip hogerop. Ook al kun je er grote getallen compact mee voorstellen, het rekenen krijg je snel onder de knie – erg handig voor bijvoorbeeld handelaars.



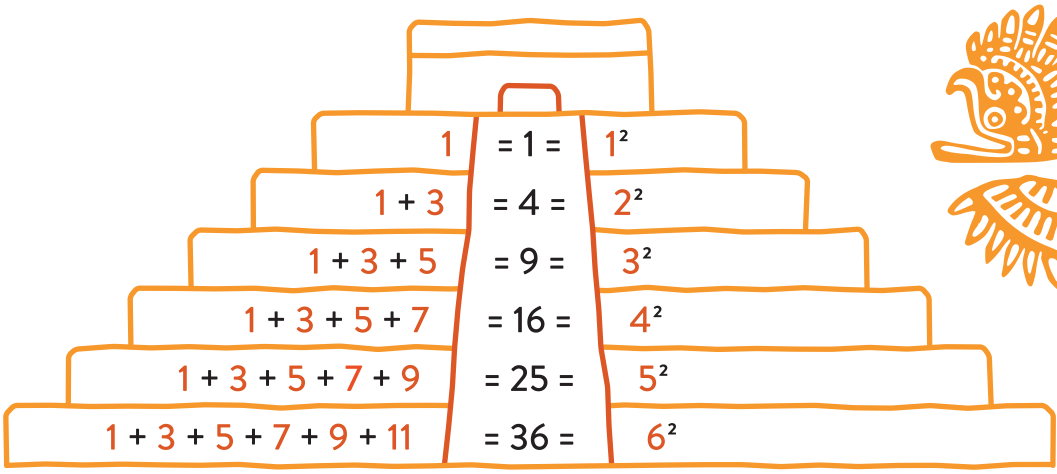
Het lijdt geen twijfel dat de Maya's hun wetenschappelijke en technologische hoogstandjes deels aan dit soepele numerieke systeem te danken hebben … ook al kenden ze geen breuken!



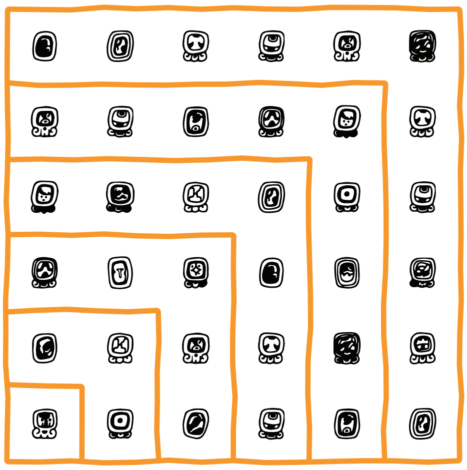


Oneven getallen en kwadraten

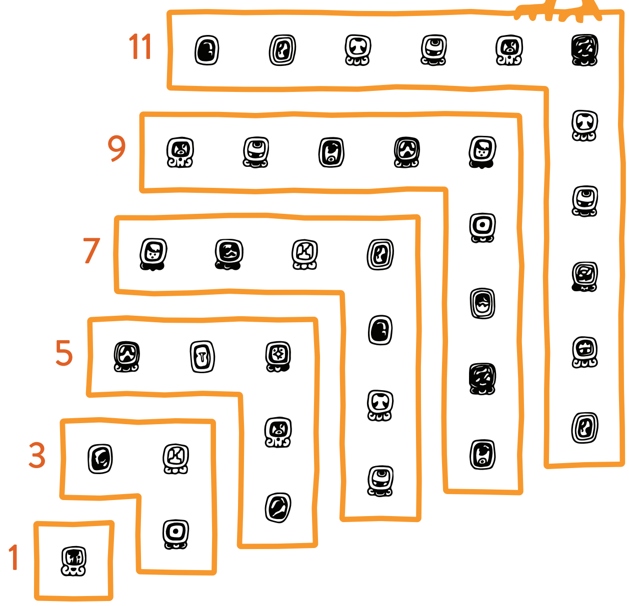
De puzzel is gebaseerd op een toffe wiskundige curiositeit: als je de som berekent van de eerste oneven getallen (1, 3, 5, 7, 9, ...), dan vind je precies de kwadraatgetallen (1, 4, 9, 16, 25, ...).



Er is een mooi meetkundig argument waarom je precies de kwadraten ziet opduiken. Hieronder zie je een schema van vierkanten, ingevuld met een rooster van 6×6, dus 36 symbolen. Datzelfde vierkant kan ook in hoekige stroken worden verdeeld, waarin de aantallen symbolen juist de eerste zes oneven getallen zijn. Uiteraard is er niets bijzonders aan het getal 6 en werkt dit patroon voor eender welke vierkanten!



$6^2 = 36$



Meer weten?

Boeken die diep ingaan op de wiskunde van de Maya's zijn schaars. Eén aanrader is het volgende compendium met essays over wiskunde bij gevarieerde inheemse Amerikaanse volkeren.

- Michael Closs, *Native American mathematics.*
  University of Texas Press, 2013.

Vind je het bewijs zonder woorden wel schattig, en smaakt die naar meer? Roger Nelsen heeft er een heleboel verzameld in een aantal boeken, met veel illustraties en weinig woorden.

- Roger Nelsen, *Proofs without words: exercises in visual thinking.*
  Mathematical Association of America, 1993.
- Roger Nelsen, *Proofs without words II: more exercises in visual thinking.*
  Mathematical Association of America, 2000.
- Roger Nelsen, *Proofs without words III: further exercises in visual thinking.*
  Mathematical Association of America, 2015.

Er zitten veel meer elegante eigenschappen verstopt in sommen van oneven getallen. Kijk eens wat er gebeurt als je die niet gewoon optelt, maar alternerend optelt en aftrekt. En niet alleen de kwadraten, maar ook de derdemachten duiken op als sommen van oneven getallen.

$$\begin{aligned}
1 &= 1\\
-1 + 3 &= 2\\
1 - 3 + 5 &= 3\\
-1 + 3 - 5 + 7 &= 4\\
1 - 3 + 5 - 7 + 9 &= 5\\
-1 + 3 - 5 + 7 - 9 + 11 &= 6
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
1 &= 1 = 1^3\\
3 + 5 &= 8 = 2^3\\
7 + 9 + 11 &= 27 = 3^3\\
13 + 15 + 17 + 19 &= 64 = 4^3\\
21 + 23 + 25 + 27 + 29 &= 125 = 5^3\\
31 + 33 + 35 + 37 + 39 + 41 &= 216 = 6^3
\end{aligned}$$

Je kan die eigenschappen proberen bewijzen met technieken zoals volledige inductie, maar ook hier kan een visueel bewijs tot een aha-erlebnis leiden.