

# Dageraad



Kies eerst een kleur: de gele stukken zijn een instappuzzel, de bruine stukken zijn voor de eerder doorwinterde puzzelaar.

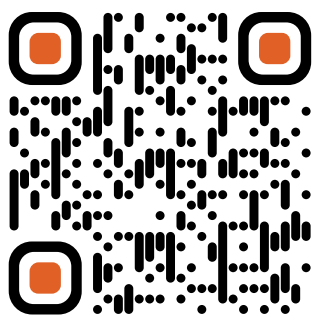


Als alle tien puzzelstukken in het kader liggen, dan blijven er precies drie vakjes onbedekt.

**UITDAGING**

Kun jij de puzzelstukken zó leggen dat in de drie overblijvende vakjes jouw verjaardag te lezen is?

De dagen van het jaar 2024 staan op de volgende bladzijde.



Je vindt deze bundel ook op onze website.

*vB*

## Januari

Ma	Di	Wo	Do	Vr	Za	Zo
1	2	3	4	5	6	7
58	43	68	29	81	119	38
8	9	10	11	12	13	14
42	36	55	48	60	34	26
15	16	17	18	19	20	21
32	35	70	61	149	120	28
22	23	24	25	26	27	28
33	27	68	27	161	47	36
29	30	31				
34	93	56				

## Februari

Ma	Di	Wo	Do	Vr	Za	Zo
			1	2	3	4
			92	70	46	18
5	6	7	8	9	10	11
77	9	106	41	67	65	21
12	13	14	15	16	17	18
26	35	45	49	42	102	44
19	20	21	22	23	24	25
82	50	42	36	59	61	21
26	27	28	29			
54	21	88	32			

## Maart

Ma	Di	Wo	Do	Vr	Za	Zo
				1	2	3
				71	63	30
4	5	6	7	8	9	10
46	34	119	53	64	58	46
11	12	13	14	15	16	17
46	35	46	52	49	41	52
18	19	20	21	22	23	24
93	41	107	30	69	68	34
25	26	27	28	29	30	31
51	39	69	46	62	80	45

## April

Ma	Di	Wo	Do	Vr	Za	Zo
1	2	3	4	5	6	7
105	31	44	28	50	89	48
8	9	10	11	12	13	14
37	27	59	39	48	56	25
15	16	17	18	19	20	21
53	35	88	73	106	85	19
22	23	24	25	26	27	28
74	30	104	34	84	57	20
29	30					
60	46					

## Mei

Ma	Di	Wo	Do	Vr	Za	Zo
		1	2	3	4	5
		98	43	78	121	125
6	7	8	9	10	11	12
49	75	74	78	69	54	65
13	14	15	16	17	18	19
55	37	104	65	101	133	84
20	21	22	23	24	25	26
95	27	56	38	119	66	23
27	28	29	30	31		
66	33	67	51	136		

## Juni

Ma	Di	Wo	Do	Vr	Za	Zo
					1	2
					26	15
3	4	5	6	7	8	9
22	21	60	34	88	51	13
10	11	12	13	14	15	16
18	7	39	18	36	49	15
17	18	19	20	21	22	23
48	45	45	34	36	47	11
24	25	26	27	28	29	30
26	8	52	43	37	45	34

## Juli

Ma	Di	Wo	Do	Vr	Za	Zo
1	2	3	4	5	6	7
110	52	72	73	83	92	82
8	9	10	11	12	13	14
66	36	110	53	104	93	29
15	16	17	18	19	20	21
76	26	122	81	163	120	28
22	23	24	25	26	27	28
72	26	98	76	67	109	19
29	30	31				
84	62	98				

## Augustus

Ma	Di	Wo	Do	Vr	Za	Zo
			1	2	3	4
			143	118	85	45
5	6	7	8	9	10	11
126	31	115	46	100	127	31
12	13	14	15	16	17	18
53	42	101	62	98	169	69
19	20	21	22	23	24	25
159	96	82	64	78	98	45
26	27	28	29	30	31	
85	35	137	35	142	81	

## September

Ma	Di	Wo	Do	Vr	Za	Zo
						1
						47
2	3	4	5	6	7	8
35	27	71	27	53	77	30
9	10	11	12	13	14	15
33	37	18	15	40	69	21
16	17	18	19	20	21	22
41	43	39	36	83	48	28
23	24	25	26	27	28	29
32	28	33	39	51	72	24
30						
53						

## Oktober

Ma	Di	Wo	Do	Vr	Za	Zo
	1	2	3	4	5	6
	34	80	74	84	133	31
7	8	9	10	11	12	13
102	25	87	45	121	140	60
14	15	16	17	18	19	20
99	19	102	85	153	102	59
21	22	23	24	25	26	27
66	30	98	35	80	35	62
28	29	30	31			
82	18	150	121			

## November

Ma	Di	Wo	Do	Vr	Za	Zo
				1	2	3
				50	47	24
4	5	6	7	8	9	10
38	14	59	52	33	29	38
11	12	13	14	15	16	17
27	16	25	32	37	23	49
18	19	20	21	22	23	24
38	17	47	32	63	20	22
25	26	27	28	29	30	
20	3	48	39	75	63	

## December

Ma	Di	Wo	Do	Vr	Za	Zo
						1
						27
2	3	4	5	6	7	8
63	24	77	21	91	123	30
9	10	11	12	13	14	15
47	44	35	9	59	64	26
16	17	18	19	20	21	22
58	37	122	48	90	92	28
23	24	25	26	27	28	29
74	24	71	70	68	56	30
30						
61	31					

§§: dagnummer, §§§: aantal oplossingen (bruine puzzelstukken)

## Polyomino's en polyhexen

De puzzel speelt zich af op een regelmatig zeshoekig rooster. Misschien ben je meer vertrouwd met puzzels op een vierkant rooster; denk maar aan Tetris of het gezelschapsspel Blokus.



Die vierkantige vormpjes worden *polyomino's* genoemd — een woordspeling op domino's. Niet alleen puzzels en spellen maken er gretig gebruik van, maar ook heel wat wiskundige modellen voor chemische en fysische processen. Ook vanuit zuiver wiskundig standpunt zijn polyomino's boeiend, want het is verduiveld lastig om ze bijvoorbeeld op te sommen of er een gegeven figuur mee te bedekken. Zo is het zelfs een open probleem of er een polyomino bestaat die een rechthoek kan opvullen met een *oneven* aantal kopieën, en niet minder. Klinkt onschuldig genoeg!

Niettemin is de basis van onze Dageraatzpuzzel geen schaakbord maar wel een honingraat. Ook op dit bord kun je op een gelijkaardige manier boeiende puzzelstukken maken door zeshoekjes aan elkaar te plakken. Die worden dan *polyhexen* genoemd.



Voor de Dageraatzpuzzel kunnen we niet gelijk welke polyhexen gebruiken: we moeten zeker zijn dat alle mogelijke combinaties van 7 wekdagen, 31 dagnummers en 12 maanden een oplosbare opgave vormen. Die 2562 combinaties zijn een serieuze restrictie! Uiteraard is niet elke datum even moeilijk: het aantal oplossingen varieert tussen 1 en 198, met een gemiddelde van 58,75 per dag. Of een puzzel met meer oplossingen gemakkelijker is, valt moeilijk te zeggen. Oordeel vooral zelf ...



## Het honingraatvermoeden

Is er een reden waarom bijen hun honingraten in de karakteristieke zeshoekige vorm construeren? Absoluut. Honingraten worden gemaakt uit bijenwas, voor bijen nogal een duur goedje: om zo'n kilo was te produceren, moeten bijen 6 tot 8 kilo honing consumeren! Idealiter kunnen honingraten dan ook veel honing opslaan in cellen die efficiënt met weinig was kunnen worden gebouwd – en als het even kan, zijn die honingraten liefst ook nog een beetje stevig. Welke vorm leent zich daar het beste toe? Inderdaad, de zeshoek.

Heel evident is dat echter eigenlijk niet. Al in 36 v.Chr. schreef Marcus Terentius Varro over de efficiëntie van de zeshoeken, maar een waterdicht argument ontbrak lange tijd. Welke onderverdeling in cellen met eenzelfde grootte heeft de kleinste omtrek? De regelmatige verdelingen laten zich makkelijk analyseren, maar waarom zou de meest economische oplossing regelmatig moeten zijn? Pas in 1999 gaf Thomas Hales een sluitend, algemeen bewijs voor de superioriteit van de zeshoekige betegeling.

Bijen zijn simpelweg virtuoze architecten!

*Niet alleen de bijen houden van zeshoeken! Deze luchtige animatie vertelt over zeshoeken in de biologie, chemie, tot zelfs de mysterieuze zeshoek van Saturnus.*



*CGP Grey, Hexagons  
are the bestagons*

## Meer weten?

Vind je zeshoekige betegelingen niet bijzonder spannend of vraag je je af hoe het zit met andere vormen? Over betegelende (niet-regelmatige) *vijfhoeken* valt er heel wat te lezen. Er blijken 15 families zo'n vijfhoeken te bestaan, waarvan 4 ontdekt door amateurwiskundige Marjorie Rice. Pas in 2017 werd de classificatie afgerond! Hier kun je een toegankelijke introductie vinden.

- Sequential Math, *A brief history of pentagonal tilings*.
- Quanta Magazine, *Marjorie Rice's secret pentagons*.
- Quanta Magazine, *Pentagon tiling proof solves century-old math problem*.

Mag het wat technischer zijn, en ben je benieuwd hoe computerberekeningen hebben geholpen met de classificatie van die vijfhoeken?

- Michaël Rao, *Exhaustive search of convex pentagons which tile the plane*.  
arXiv:1708.00274, 2017.

Gefascineerd door symmetrie en betegelingen? De volgende boeken zijn absolute aanraders.

- Heidi Burgiel, John Conway, Chaim Goodman-Strauss, *The Symmetries of Things*.  
CRC Press, 2008.
- Branko Grünbaum, Geoffrey Shephard, *Tilings and Patterns (2<sup>nd</sup> edition)*.  
Dover Publications, 2016.

Er zijn heel wat populairwetenschappelijke berichten te vinden over het honingraatvermoeden en de oplossing van Thomas Hales. Hier is één voorbeeld, samen met het artikel van Hales zelf.

- Thomas Hales, *The honeycomb conjecture*.  
Discrete & Computational Geometry, vol. 25, 2001, p. 1–22.
- Dana Mackenzie, *Proving the perfection of the honeycomb*.  
Science, vol. 285, no. 5432, 1999, p. 1338–1339.

Ben je benieuwd hoeveel polyomino's en polyhexen er bestaan van een zekere grootte? Ook al is er geen eenvoudige precieze formule bekend, de aantallen kun je terugvinden in de On-Line Encyclopedia of Integer Sequences.

- OEIS, A000105.
- OEIS, A000228.